## 気体の法則 05　気体の状態方程式

一定量の気体について，その状態量（温度・圧力・体積）を変化させたときの問題はボイル・シャルルの関係式で解くことができます。

今回は，一定量の気体について，その状態量を変化させないときの各状態量（温度・圧力・体積）の関係について学習します。

### A. 気体定数 $R$

気体に関して，次のような事実がありましたネ。

「すべての気体 1mol は標準状態で 22.4L の体積を占める。」

これをボイル・シャルルの関係式 $\dfrac{PV}{T}=k$ に適用して，定数 $k$ の値を求めてみましょう。

標準状態とは 0℃，1atm のことなので，$T=273\,\mathrm{K}$，$P=1.01\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$

気体 1mol の体積は 22.4L，すなわち 22.4L/mol

よって，$k=\dfrac{PV}{T}$ より，$k=\dfrac{1.01\times10^{5}\,\mathrm{Pa}\times22.4\mathrm{L/mol}}{273\mathrm{K}}\approx8.28\times10^{3}\ \mathrm{Pa\cdot L/(mol\cdot K)}$

この値は気体 1mol あたりについて，どんな状態でも成り立つ定数で，

この定数を気体定数といい，記号 $R$ で表します。

つまり，$R=\dfrac{1.01\times10^{5}\,\mathrm{Pa}\times22.4\mathrm{L/mol}}{273\mathrm{K}}\approx8.28\times10^{3}\ \mathrm{Pa\cdot L/(mol\cdot K)}$

体積の単位を L ではなく $\mathrm{m^3}$ にしますと，

$\mathrm{L}=10\mathrm{cm}\times10\mathrm{cm}\times10\mathrm{cm}=10^{3}\,\mathrm{cm}^{3}$，$\mathrm{m}^{3}=100\mathrm{cm}\times100\mathrm{cm}\times100\mathrm{cm}=10^{6}\,\mathrm{cm}^{3}$ ですから，

$\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{m}^{3}}=\dfrac{10^{3}}{10^{6}}=\dfrac{1}{10^{3}}$ より，$\mathrm{L}=\dfrac{1}{10^{3}}\mathrm{m}^{3}$

よって，$R\approx8.28\times10^{3}\times\dfrac{1}{10^{3}}\ \mathrm{Pa\cdot m^{3}/(mol\cdot K)}=8.28\ \mathrm{Pa\cdot m^{3}/(mol\cdot K)}$ となります。

### B. 気体の状態方程式

1mol の気体の体積を $V_0$ とすると $\dfrac{PV_0}{T}=R$ でしたね。

では，$n$ mol の気体の体積を $V$ とすると上式はどうなるでしょうか?

$n$ mol の気体の体積は，1mol の気体の体積 $V_0$ を用いて表すと，$nV_0$ ですから，

$V=nV_0$ が成り立ちます。

したがって，$\dfrac{PV_0}{T}=R$ の両辺を $n$ 倍すると，$\dfrac{P\cdot nV_0}{T}=nR$ より，$\dfrac{PV}{T}=nR$ となります。

ゆえに，$n$ mol の気体については $PV=nRT$ となります。

これを理想気体の状態方程式といいます。

参照：気体の法則 10　理想気体と実在気体

## C. 気体の状態方程式の扱い方

### 気体の状態方程式の便利な使い方

$PV=nRT$ で $R$ は定数ですから，$\dfrac{PV}{nT}=R$ または $\dfrac{nT}{PV}=\dfrac{1}{R}$ より，

$\dfrac{PV}{nT}=$ 一定 または $\dfrac{nT}{PV}=$ 一定 という比例式ができます。

したがって，

状態が $(P_1, V_1, n_1, T_1)$ の気体と状態が $(P_2, V_2, n_2, T_2)$ の気体の間で，

$\dfrac{P_1V_1}{n_1T_1}=\dfrac{P_2V_2}{n_2T_2}=R$ または $\dfrac{n_1T_1}{P_1V_1}=\dfrac{n_2T_2}{P_2V_2}=l$ $\left(l=\dfrac{1}{R}\right)$ という関係式が成り立ちます。

すると，

・$R$ の値を使わないですむので計算の手間が省ける。

・ $P, V$ の単位を揃えるだけでよい。

となり，使い勝手が良くなります。

ただし，標準状態の気体の体積が与えられていない場合など比例式が使えない状況では $PV=nRT$ を使うしかありませんね。

状況によってうまく使い分けられるようにしましょう。

### 気体の状態方程式の変形

#### 気体の分子量を求めるための式変形

ある気体の分子量と質量をそれぞれ $M$，$w$ [g] とすると，

その気体のモル質量は $M$ [g/mol] ですから，その気体の物質量を $n$ とすると，$n=\dfrac{w}{M}$

よって，気体の状態方程式 $PV=nRT$ は $PV=\dfrac{w}{M}RT$ と変形できます。

ゆえに，$M=\dfrac{wRT}{PV}$

#### 気体の密度を求めるための式変形

$PV=\dfrac{w}{M}RT$ はさらに $PM=\dfrac{w}{V}RT$ と変形できます。

ここで，$\dfrac{w}{V}$ は気体の密度を表すので，これを $\rho$ とすると，$PM=\rho RT$ となります。

よって，$\rho=\dfrac{PM}{RT}$

$PM=\rho RT$ は $PV=nRT$ と語呂が似ているので覚え易いと思います。

例題

次の計算をせよ。

ただし，気体は理想気体で，気体定数$R = 8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(mol \cdot K)}$，

760mmHg と 1atm の Pa 換算圧力を$1.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$ とする。

1．27℃，$4.1 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$ の気体 0.50mol が占める体積はいくらか。

2．0℃，380mmHg の気体 0.20g の体積が 560mL であった。
この気体の分子量を求めよ。

3．ある気体（分子量 41）の −23 ℃，2.5atm における密度を求めよ。

解答と解説

単位ミスしないように注意しましょう。

**1.**

$PV = nRT$ より，

$$V = \frac{nRT}{PV}$$

$$= \frac{0.50\mathrm{mol} \times 8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(mol \cdot K)} \times (273 + 27)\mathrm{K}}{4.1 \times 10^5\ \mathrm{Pa}} \quad P = 4.1 \times 10^5\ \mathrm{Pa},$$

$$\approx 3.03\mathrm{L}$$

よって，3.0L

**2.**

気体の圧力を Pa に換算すると，$1.0 \times 10^5 \times \frac{380}{760} = 0.50 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$

気体のモル質量を $M$ g/mol とすると，$PV = \frac{w}{M}RT$ より，

$$M = \frac{wRT}{PV}$$

$$= \frac{0.20\mathrm{g} \times 8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(mol \cdot K)} \times 273\mathrm{K}}{0.50 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 0.560\mathrm{L}}$$

$$\approx 16.1\mathrm{g/mol}$$

よって，求める気体の分子量は 16

**3.**

気体の圧力を Pa に換算すると，$2.5 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$

$PM = \rho RT$ より，

$$\rho = \frac{2.5 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 41\mathrm{g/mol}}{8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(mol \cdot K)} \times (273 - 23)\mathrm{K}}$$

$$\approx 4.99\mathrm{g/L}$$

**確認問題**

次の計算をせよ。

ただし，気体は理想気体で，気体定数 $R = 8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(mol \cdot K)}$，

760mmHg と 1atm の Pa 換算圧力を $1.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$ とする。

1．127℃で，ある気体 0.15mol を 820mL の容器に入れたときの圧力を求めよ。

2．0℃，608mmHg で体積が 5.6L のメタン（分子量 16）の質量を求めよ。

3．$-23$ ℃，1.23atm で密度 1.2g/L の気体の分子量を求めよ。

## 解答と解説

**1.**

$PV = nRT$ より，

$$P = \frac{nRT}{V}$$
$$= \frac{0.15\text{mol} \times 8.3 \times 10^{3}\,\text{Pa} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times (273 + 127)\text{K}}{820 \times 10^{-3}\,\text{L}}$$
$$\approx 6.07 \times 10^{5}\,\text{Pa}$$

$\therefore 6.1 \times 10^{5}\,\text{Pa}$

**2.**

気体の Pa 換算圧力は$1.0 \times 10^{5} \times \dfrac{608}{760} = 8.00 \times 10^{4}\,\text{Pa}$

よって，$PV = \dfrac{w}{M}RT$ より，

$$w = \frac{MPV}{RT}$$
$$= \frac{16\text{g/mol} \times 8.00 \times 10^{4}\,\text{Pa} \times 5.6\text{L}}{8.3 \times 10^{3}\,\text{Pa} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 273\text{K}}$$
$$\approx 3.16\text{g}$$

$\therefore 3.2\,\text{g}$

3.

気体の Pa 換算圧力は$1.0 \times 10^{5} \times 1.23 = 1.23 \times 10^{5}\,\text{Pa}$
よって，$PM = \rho RT$ より，

$$M = \frac{\rho RT}{P}$$
$$= \frac{1.2\text{g/L} \times 8.2 \times 10^{3}\,\text{Pa} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times (273 - 23)\text{K}}{1.23 \times 10^{5}\,\text{Pa}}$$
$$= 20.0\text{g/mol}$$

$\therefore 20$